MATEMATIKA ÉRETTSÉGI TÍPUSFELADATOK MEGOLDÁSAI KÖZÉPSZINT

Halmazok

A szürkített hátterű feladatrészek nem tartoznak az érintett témakörhöz, azonban szolgálhatnak fontos információval az érintett feladatrészek megoldásához!

1) Egy rejtvényújságban egymás mellett két, szinte azonos rajz található, amelyek között 23 apró eltérés van. Ezek megtalálása a feladat.
Először Ádám és Tamás nézték meg figyelmesen az ábrákat: Ádám 11, Tamás 15 eltérést talált, de csak 7 olyan volt, amelyet mindketten észrevettek.

a) Hány olyan eltérés volt, amelyet egyikük sem vett észre? (4 pont)

Közben Enikő is elkezdte számolni az eltéréseket, de ő sem találta meg az összeset. Mindössze 4 olyan volt, amelyet mind a hárman megtaláltak. Egyeztetve kiderült, hogy az Enikő által bejelöltekből hatot Ádám is, kilencet Tamás is észrevett, és örömmel látták, hogy hárman együtt az összes eltérést megtalálták.

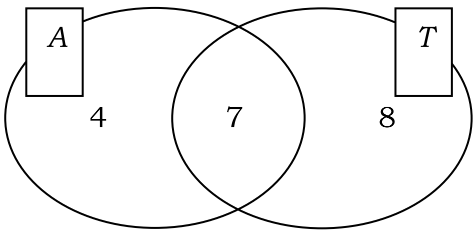
b) A feladat szövege alapján töltse ki az alábbi halmazábrát arról, hogy ki hányat talált meg! (7 pont)

c) Fogalmazza meg a következő állítás tagadását! Enikő minden eltérést megtalált. (2 pont)

d) Mennyi annak a valószínűsége, hogy egy eltérést véletlenszerűen kiválasztva, azt legalább ketten megtalálták? (4 pont)

Megoldás:

a)



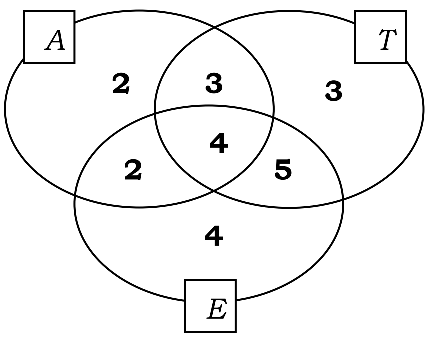
(2 pont)

Legalább az egyikük által észrevett eltérések száma: $4+7+8=19$ (1 pont)

Egyikük sem vett észre $23-19=\mathbf{4}$ eltérést. (1 pont)

(Halmazábra nélkül is felírható a megtalált eltérések száma.)

b)



(7 pont)

c) **Van olyan eltérés, amit Enikő nem talált meg.**
VAGY: **Enikő nem minden eltérést talált meg.**
VAGY: **Enikő nem találta meg az összes eltérést.** (2 pont)

d) A kedvező esetek száma: 14. (1 pont)
Az összes esetek száma: 23. (1 pont)
A keresett valószínűség: $\frac{14}{23} \approx \mathbf{0{,}61}$ vagy 61 %. (2 pont)

Összesen: 17 pont

2) Egy középiskolába 700 tanuló jár. Közülük 10% sportol rendszeresen a két iskolai szakosztály közül legalább az egyikben. Az atlétika szakosztályban 36 tanuló sportol rendszeresen, és pontosan 22 olyan diák van, aki az atlétika és a kosárlabda szakosztály munkájában is részt vesz.

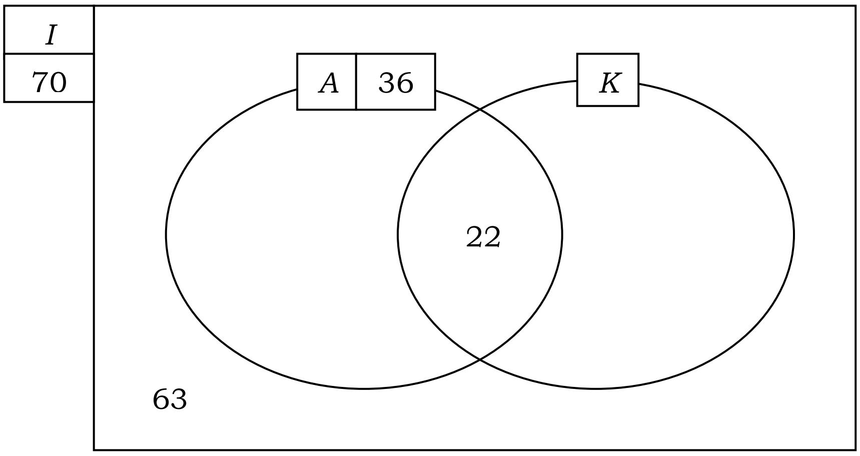
a) Készítsen halmazábrát az iskola tanulóiról a feladat adatainak feltüntetésével! (4 pont)

b) Hányan sportolnak a kosárlabda szakosztályban? (4 pont)

c) Egy másik iskola sportegyesületében 50 kosaras sportol, közülük 17 atletizál is. Ebben az iskolában véletlenszerűen kiválasztunk egy kosarast. Mennyi a valószínűsége, hogy a kiválasztott tanuló atletizál is? (4 pont)

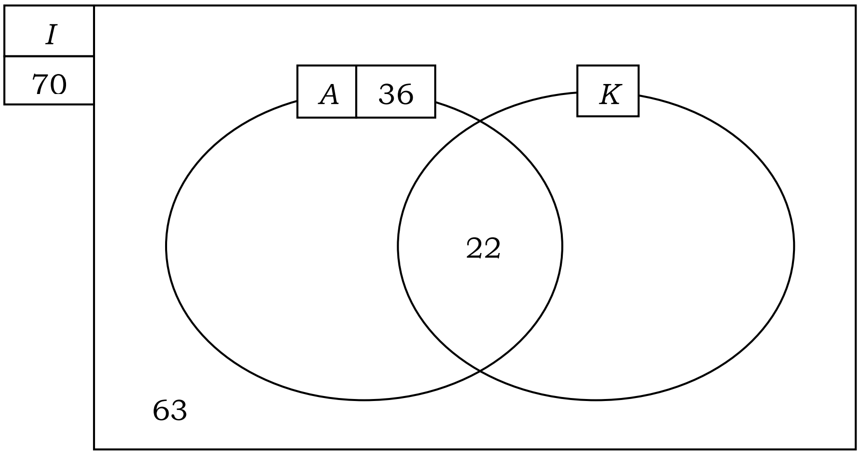
Megoldás:

a)



(4 pont)

b)



36 atlétából 22 kosarazik is, tehát 14-en csak atletizálnak. (1 pont)
70 tanuló sportol összesen, tehát 34 fő csak kosarazik. (2 pont)
$22+34=\mathbf{56}$ **tanuló kosarazik.** (1 pont)

c) A klasszikus modell alkalmazható, 50 kosaras közül választunk. (1 pont)
17 fő atletizál is. (Ezek a kedvező esetek.) (1 pont)
A keresett valószínűség: $\frac{17}{50}=\mathbf{0,34}$ (2 pont)

Összesen: 12 pont

3) Az A és a B halmazokról a következőket tudjuk: $A\cap B=\{1;2\}$, $A\cup B=\{1;2;3;4;5;6;7\}$, $A\setminus B=\{5;7\}$. Adja meg az A és a B halmaz elemeit! (4 pont)

Megoldás:

$\boldsymbol{A}=\{\mathbf{1;2;5;7}\}$ (2 pont)

$\boldsymbol{B}=\{\mathbf{1;2;3;4;6}\}$ (2 pont)

Összesen: 4 pont

4) Egy 10 tagú csoportban mindenki beszéli az angol és a német nyelv valamelyikét. Hatan beszélnek közülük németül, nyolcan angolul. Hányan beszélik mindkét nyelvet? Válaszát indokolja számítással, vagy szemléltesse Venn-diagrammal! (3 pont)

Megoldás:

$(6+8)-10=4$ (2 pont)

Mindkét nyelvet 4 fő beszéli. (1 pont)

Összesen: 3 pont

5) Sorolja fel a H halmaz elemeit, ha $H=\{$kétjegyű négyzetszámok$\}$ (2 pont)

Megoldás:

$\boldsymbol{H}=\{\mathbf{16;25;36;49;64;81}\}$ (2 pont)

6) Egy iskola teljes tanulói létszáma 518 fő. Ők alkotják az A halmazt. Az iskola 12. C osztályának 27 tanulója alkotja a B halmazt. Mennyi az $A \cap B$ halmaz számossága? (2 pont)

Megoldás:

$A \cap B$ számossága: **27**. (2 pont)

7) Az A halmaz elemei a háromnál nagyobb egyjegyű számok, a B halmaz elemei pedig a húsznál kisebb pozitív páratlan számok. Sorolja fel az $A \cap B$ halmaz elemeit! (2 pont)

Megoldás:

$\boldsymbol{A \cap B = \{5;7;9\}}$ (2 pont)

8) Egy fordítóiroda angol és német fordítást vállal. Az irodában 50 fordító dolgozik, akiknek 70%-a angol nyelven, 50%-a német nyelven fordít. Hány fordító dolgozik mindkét nyelven? Válaszát indokolja! (4 pont)

Megoldás:

Mindkét nyelven a dolgozók 20%-a fordít. (3 pont)
A mindkét nyelven fordítók száma: **10**. (1 pont)
Összesen: 4 pont

9) Sorolja fel az $A = \{1;10;100\}$ halmaz összes kételemű részhalmazát!(2 pont)

Megoldás:

$\boldsymbol{A_1 = \{1;10\}}$; $\boldsymbol{A_2 = \{1;100\}}$; $\boldsymbol{A_3 = \{10;100\}}$ (2 pont)

10) Az A és a B halmazok a számegyenes intervallumai: $A = [-1,5;12]$, $B = [3;20]$. Adja meg az $A \cup B$ és a $B \cap A$ halmazokat! (4 pont)

Megoldás:

$\boldsymbol{A \cup B = [-1,5;20]}$ (2 pont)

$\boldsymbol{B \cap A = [3;12]}$ (2 pont)

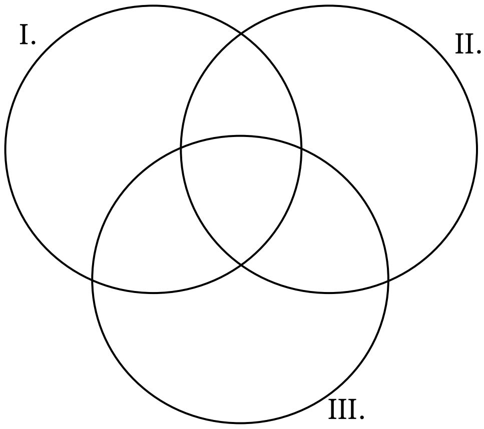
Összesen: 4 pont

11) Legyen az A halmaz a 10-nél kisebb pozitív prímszámok halmaza, B pedig a hattal osztható, harmincnál nem nagyobb pozitív egészek halmaza. Sorolja fel az A, a B és az $A \cup B$ halmazok elemeit! (3 pont)

Megoldás:

Az A halmaz elemei: **{2;3;5;7}**. (1 pont)
A B halmaz elemei: **{6;12;18;24;30}**. (1 pont)
Az $A \cup B$ halmaz elemei: **{2;3;5;6;7;12;18;24;30}**. (1 pont)
Összesen: 3 pont

12) **Egy középiskolába 620 tanuló jár. Az iskola diákbizottsága az iskolanapra három kiadványt jelentetett meg:**



I. Diákok Hangja

II. Iskolaélet

III. Miénk a suli!

Később felmérték, hogy ezeknek a kiadványoknak milyen volt az olvasottsága az iskola tanulóinak körében. A Diákok Hangját a tanulók 25%-a, az Iskolaéletet 40%-a, a Miénk a suli! c. kiadványt pedig 45%-a olvasta. Az első két kiadványt a tanulók 10%-a, az első és harmadik kiadványt 20%-a, a másodikat és harmadikat 25%-a, mindhármat pedig 5%-a olvasta.

a) Hányan olvasták mindhárom kiadványt? **(2 pont)**

b) A halmazábra az egyes kiadványokat elolvasott tanulók létszámát szemlélteti. Írja be a halmazábra mindegyik tartományába az oda tartozó tanulók számát! **(6 pont)**

c) Az iskola tanulóinak hány százaléka olvasta legalább az egyik kiadványt? **(2 pont)**

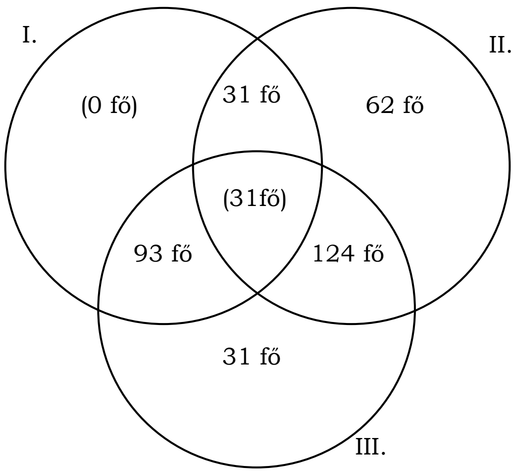
Az iskola 12. évfolyamára 126 tanuló jár, közöttük kétszer annyi látogatta az iskolanap rendezvényeit, mint aki nem látogatta. Az Iskolaélet című kiadványt a rendezvényeket látogatók harmada, a nem látogatóknak pedig a fele olvasta. Egy újságíró megkérdez két, találomra kiválasztott diákot az évfolyamról, hogy olvasták-e az Iskolaéletet.

d) Mekkora annak a valószínűsége, hogy a két megkérdezett diák közül az egyik látogatta az iskolanap rendezvényeit, a másik nem, viszont mindketten olvasták az Iskolaéletet? **(7 pont)**

<u>Megoldás</u>:

a) **31 tanuló** olvasta mindhárom kiadványt. (2 pont)

b)



(6 pont)

c) (372 fő, tehát) a tanulók **60 %**-a olvasta legalább az egyik kiadványt. (2 pont)

d) 84 fő látogatta, 42 fő nem látogatta a rendezvényeket. (1 pont)
Közülük 28 fő, illetve 21 fő olvasta az Iskolaéletet. (1 pont)

A két megkérdezett diák $\binom{126}{2}$–féleképpen választható ki (összes eset). (1 pont)

A rendezvényt látogatók közül $\binom{28}{1}$-féle olyan diák, a nem látogatók közül $\binom{21}{1}$-féle olyan diák választható, aki olvasta az Iskolaéletet. (1 pont)

A kedvező esetek száma tehát $28 \cdot 21$. (1 pont)

A keresett valószínűség: $\dfrac{28 \cdot 21}{\binom{126}{2}} \approx$ (1 pont)

$\approx \mathbf{0{,}075}(= \mathbf{7{,}5\%})$ (1 pont)

Összesen: 17 pont

13) Adott az A és B halmaz: $A\{a;b;c;d\}$, $B\{a;b;d;e;f\}$. Adja meg elemeik felsorolásával az $A \cap B$ és $A \cup B$ halmazokat! (2 pont)

Megoldás:

$A \cap B = \{a;b;d\}$ (1 pont)

$A \cup B = \{a;b;c;d;e;f\}$ (1 pont)

Összesen: 2 pont

14) Az A halmaz az 5-re végződő kétjegyű pozitív egészek halmaza, a B halmaz pedig a kilenccel osztható kétjegyű pozitív egészek halmaza. Adja meg elemeik felsorolásával az alábbi halmazokat:
A; B; $A \cap B$; $A \setminus B$; (4 pont)

Megoldás:

$A = \{15;25;35;45;55;65;75;85;95\}$ (1 pont)

$B = \{18;27;36;45;54;63;72;81;90;99\}$ (1 pont)

$A \cap B = \{45\}$ (1 pont)

$A \setminus B = \{15;25;35;55;65;75;85;95\}$ (1 pont)

Összesen: 4 pont

15) Jelölje $\mathbb{N}$ a természetes számok halmazát, $\mathbb{Z}$ az egész számok halmazát és $\varnothing$ az üres halmazt! Adja meg az alábbi halmazműveletek eredményét!

a) $\mathbb{N} \cap \mathbb{Z}$

b) $\mathbb{Z} \cup \varnothing$

c) $\varnothing \setminus \mathbb{N}$ **(3 pont)**

Megoldás:

a) $\mathbb{N}$ (1 pont)

b) $\mathbb{Z}$ (1 pont)

c) $\varnothing$ (1 pont)

Összesen: 3 pont

16) Tekintsük a következő halmazokat:

$\boldsymbol{A} = \{$**a 100-nál nem nagyobb pozitív egész számok**$\}$

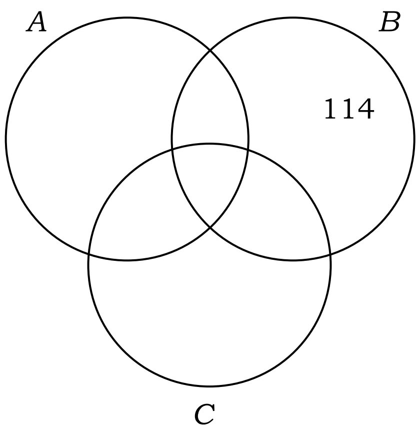
$\boldsymbol{B} = \{$**a 300-nál nem nagyobb, 3-al osztható pozitív egész számok**$\}$

$\boldsymbol{A} = \{$**a 400-nál nem nagyobb, 4-el osztható pozitív egész számok**$\}$

a) Töltse ki a táblázatot a minta alapján, majd a táblázat alapján írja be az 52, 78, 124, 216 számokat a halmazábra megfelelő tartományába! **(8 pont)**

	***A* halmaz**	***B* halmaz**	***C* halmaz**
114	*nem eleme*	*eleme*	*nem eleme*
52			
78			
124			
216			

b) Határozza meg az $\boldsymbol{A \cap B \cap C}$ halmaz elemszámát! **(3 pont)**

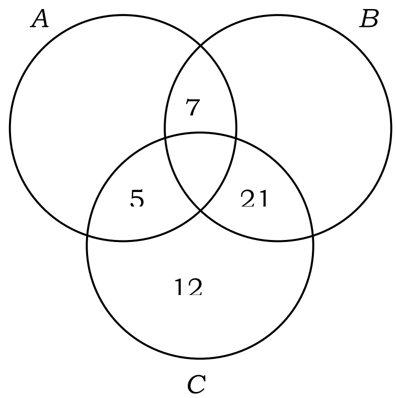


c) Számítsa ki annak valószínűségét, hogy az *A* halmazból egy elemet véletlenszerűen kiválasztva a kiválasztott szám nem eleme sem a *B*, sem a *C* halmaznak! **(6 pont)**

Megoldás:

a) (8 pont)

	***A* halmaz**	***B* halmaz**	***C* halmaz**
52	eleme	nem eleme	eleme
78	eleme	eleme	nem eleme
124	nem eleme	nem eleme	eleme
216	nem eleme	eleme	eleme



b) A három halmaz közös részében azok a pozitív egész számok vannak, melyek 100-nál nem nagyobbak és 3-mal és 4-gyel is (tehát 12-vel) oszthatók. (1 pont)
Ezek a számok:
$A \cap B \cap C = \{12; 24; 36; 48; 60; 72; 84; 96\}$ (1 pont)
Összesen **8 darab** ilyen szám van. (1 pont)

c) Az A halmaz elemeinek száma: $|A| = 100$ (1 pont)
Ezek közül hárommal osztható (vagyis B-nek is eleme) 33 darab. (1 pont)
Néggyel osztható (vagyis C-nek is eleme) 25 darab. (1 pont)
Tizenkettővel osztható (vagyis mindhárom halmaznak eleme) 8 darab. (1 pont)
Így az A halmaz azon elemeinek a száma, melyek nem elemei sem a B, sem a C halmaznak: $100 - 33 - 25 + 8 = 50$ (1 pont)
A kérdéses valószínűség: $\boldsymbol{P = \frac{50}{100} = 0,5}$ (1 pont)

Összesen: 17 pont

17) Az A és B halmazokról tudjuk, hogy $A \cup B = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$ és $B \setminus A = \{1;2;4;7\}$.
Elemeinek felsorolásával adja meg az A halmazt! **(2 pont)**

Megoldás:

$A = \{3;5;6;8;9\}$ (2 pont)

18) Az *A* és *B* halmazokról tudjuk, hogy $A \cup B = \{1;2;3;4;5;6\}$, $A \setminus B = \{1;4\}$ és $A \cap B = \{2;5\}$. Sorolja fel az *A* és a *B* halmaz elemeit! **(2 pont)**

Megoldás:

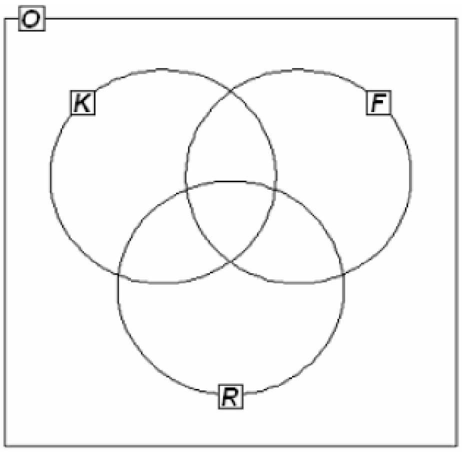
$A = \{1;2;4;5\}$. (1 pont)

$B = \{2;3;5;6\}$ (1 pont)

Összesen: 2 pont

19) Egy osztályban a következő háromféle sportkört hirdették meg: kosárlabda, foci és röplabda. Az osztály 30 tanulója közül kosárlabdára 14, focira 19, röplabdára 14 tanuló jelentkezett. Ketten egyik sportra sem jelentkeztek. Három gyerek kosárlabdázik és focizik, de nem röplabdázik, hatan fociznak és röplabdáznak, de nem kosaraznak, ketten pedig kosárlabdáznak és röplabdáznak, de nem fociznak. Négyen mind a háromféle sportot űzik.

a) Írja be a megadott halmazábrába (1. ábra) a szövegnek megfelelő számokat! **(4 pont)**

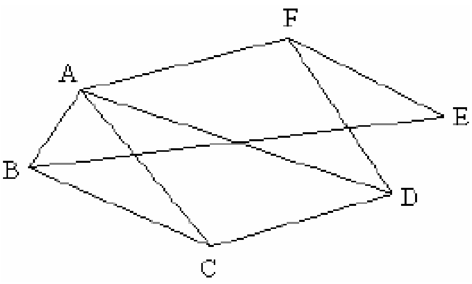


1. ábra

b) Fogalmazza meg a következő állítás tagadását!
A focira jelentkezett tanulók közül mindenkinek van testvére. **(2 pont)**

c) A focira jelentkezett 19 tanulóból öten vehetnek részt egy edzőtáborban. Igazolja, hogy több, mint 10 000-féleképpen lehet kiválasztani az öt tanulót!
(3 pont)

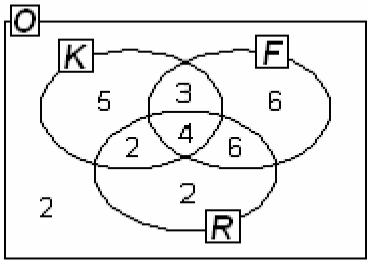
d) **Az iskolák közötti labdarúgóbajnokságra jelentkezett 6 csapat között lejátszott mérkőzéseket szemlélteti a 2. ábra. Hány mérkőzés van még hátra, ha minden csapat minden csapattal egy mérkőzést játszik a bajnokságban? (Válaszát indokolja!)** **(3 pont)**



2. ábra

Megoldás:

a)



(4 pont)

b) **A focira jelentkezettek között van olyan, akinek nincs testvére**. *VAGY:* **A focira jelentkezettek közül nem mindenkinek van testvére**. (2 pont)

c) Az öt tanulót $\binom{19}{5} = \dfrac{19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15}{5!} =$ **11628-féleképpen** lehet kiválasztani.

(3 pont)

d) A mérkőzések száma összesen: $\dfrac{6 \cdot 5}{2} = 15$ (1 pont)

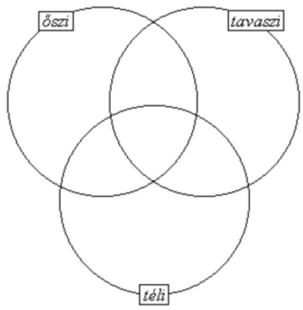
Eddig lejátszottak 9 mérkőzést. (1 pont)

6 mérkőzés van még hátra. (1 pont)

Összesen: 12 pont

20) **Egy zeneiskola minden tanulója szerepelt a tanév során szervezett három hangverseny, az őszi, a téli, a tavaszi koncert valamelyikén. 20-an voltak, akik az őszi és a téli koncerten is, 23-an, akik a télin és a tavaszin is, és 18-an, akik az őszi és a tavaszi hangversenyen is szerepeltek. 10 olyan növendék volt, aki mindhárom hangversenyen fellépett.**

a) **Írja be a halmazábrába a szövegben szereplő adatokat a megfelelő helyre!** **(4 pont)**



A zeneiskolába 188 tanuló jár. Azok közül, akik csak egy hangversenyen léptek fel, kétszer annyian szerepeltek tavasszal, mint télen, de csak negyedannyian ősszel, mint tavasszal.

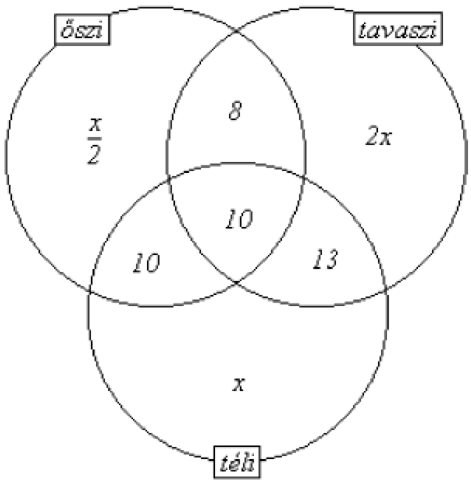
b) **Számítsa ki, hogy hány olyan tanuló volt, aki csak télen szerepelt!** **(8 pont)**

c) **32 tanuló jár az A osztályba, 28 pedig a B-be. Egy ünnepélyen a két osztályból véletlenszerűen kiválasztott 10 tanulóból álló csoport képviseli az iskolát. Mennyi annak a valószínűsége, hogy mind a két osztályból pontosan 5-5 tanuló kerül a kiválasztott csoportba?** **(5 pont)**

Megoldás:

a) A **8; 10; 10; 13** számokat kell beírni a metszetekbe. (4 pont)

b)



Csak télen szerepelt: x tanuló (1 pont)
Csak tavasszal szerepelt: $2x$ tanuló (1 pont)

Csak ősszel szerepelt: $\frac{x}{2}$ tanuló (2 pont)

Az egyenlet: $x+\frac{x}{2}+2x+10+10+13+8=188$ (2 pont)

Ebből $x=42$ (1 pont)
Tehát **42** olyan tanuló van, aki csak télen szerepelt (1 pont)

c) Az A osztályból 5 tanulót $\binom{32}{5}$-féleképpen választhatnak ki. (1 pont)

A B osztályból 5 tanulót $\binom{28}{5}$-féleképpen választhatnak ki. (1 pont)

A kedvező esetek száma: $\binom{32}{5}\cdot\binom{28}{5}$ (1 pont)

Az összes esetek száma: $\binom{60}{10}$ (1 pont)

A keresett valószínűség tehát: $\frac{\binom{32}{5}\cdot\binom{28}{5}}{\binom{60}{10}}\approx\mathbf{0{,}26}$ (1 pont)

Összesen: 17 pont

21) Az A halmaz elemei a (-5)-nél nagyobb, de 2-nél kisebb egész számok. B a pozitív egész számok halmaza. Elemeinek felsorolásával adja meg az $A\setminus B$ halmazt! (2 pont)

Megoldás:

$\boldsymbol{A\setminus B=\{-4;-3;-2;-1;0\}}$ (2 pont)

22) **Egy végzős osztály diákjai projektmunka keretében különböző statisztikai felméréseket készítettek az iskola tanulóinak körében.**

a) **Éva 150 diákot kérdezett meg otthonuk felszereltségéről. Felméréséből kiderült, hogy a megkérdezettek közül kétszer annyian rendelkeznek mikrohullámú sütővel, mint mosogatógéppel. Azt is megtudta, hogy 63-an mindkét géppel, 9-en egyik géppel sem rendelkeznek. A megkérdezettek hány százalékának nincs otthon mikrohullámú sütője?** **(6 pont)**

b) **Jóska a saját felmérésében 200 diákot kérdezett meg arról, hogy hány számítógépük van a háztartásban. A válaszokat a következő táblázatban összesítette:**

A számítógépek száma a háztartásban	Gyakoriság
0	3
1	94
2	89
3	14

Jóska felmérése alapján töltse ki az alábbi táblázatot az egy háztartásban található számítógépek számáról! **(4 pont)**

A számítógépek számának átlaga	
A számítógépek számának mediánja	
A számítógépek számának módusza	

c) **Tamás a saját felmérése alapján a következőt állítja:**
Minden háztartásban van televízió.
Az alábbi négy állítás közül válassza ki azt a kettőt, amely Tamás állításának tagadása!
A) **Semelyik háztartásban nincs televízió.**
B) **Van olyan háztartás, ahol van televízió.**
C) **Van olyan háztartás, ahol nincs televízió.**
D) **Nem minden háztartásban van televízió.** **(2 pont)**

Megoldás:

a) A mosogatógéppel rendelkezők számát jelölje x, a mikrohullámú sütővel rendelkezők számát $2x$. (1 pont)
Valamelyik géppel 141-en rendelkeznek:
$2x + x - 63 = 141$, (2 pont)
amiből $x = 68$. (1 pont)
Nincs mikrohullámú sütője $150 - 2 \cdot 68 = 14$ megkérdezettnek, (1 pont)
ők az összes megkérdezett kb. **9,3%-át** jelentik. (1 pont)

b) Az egy háztartásban található számítógépek számának átlaga:
$\frac{3 \cdot 0 + 94 \cdot 1 + 89 \cdot 2 + 14 \cdot 3}{200} =$ (1 pont)
$= \mathbf{1{,}57}$. (1 pont)
A medián **2**, (1 pont)
a módusz **1**. (1 pont)

c) Az állítás tagadásai: **C** és **D.** (2 pont)

Összesen: 12 pont

23) Legyen *A* halmaz a 8-nál nem nagyobb pozitív egész számok halmaza, *B* pedig a 3-mal osztható egyjegyű pozitív egész számok halmaza. Elemeinek felsorolásával adja meg az *A*, a *B*, az $A \cap B$ és az $A \setminus B$ halmazt! (4 pont)

Megoldás:

$\boldsymbol{A = \{1;2;3;4;5;6;7;8\}}$ (1 pont)

$\boldsymbol{B = \{3;6;9\}}$ (1 pont)

$\boldsymbol{A \cap B = \{3;6\}}$ (1 pont)

$\boldsymbol{A \setminus B = \{1;2;4;5;7;8\}}$ (1 pont)

Összesen: 4 pont

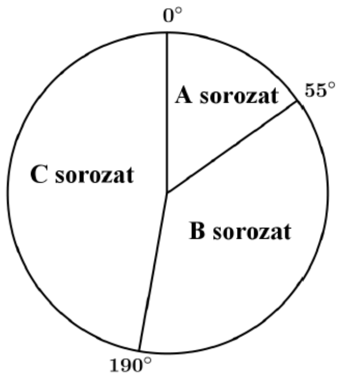
24) Egy osztályban 25-en tanulnak angolul, 17-en tanulnak németül. E két nyelv közül legalább az egyiket mindenki tanulja. Hányan tanulják mindkét nyelvet, ha az osztály létszáma 30? (2 pont)

Megoldás:

$30 = 25 + 17 - x$
$-x = 30 - 25 - 17$
$x = 12$
Tehát **12**-en tanulják mindkét nyelvet. (2 pont)

STUDIUM GENERALE
MATEMATIKA

25) Egy közvélemény-kutató intézet azt a feladatot kapta, hogy két alkalommal – fél év különbséggel – mérje fel a TV-ben látható három filmsorozat nézettségi adatait. Az ábrán látható kérdőíven a válaszoló vagy azt jelölhette be, hogy az A, B, és C sorozatok közül melyiket nézi (akár többet is meg lehetett jelölni) , vagy azt, hogy egyiket sem nézi. Az első felméréskor kapott 600 kérdőív jelöléseit összesítve megállapították, hogy az A sorozat összesen 90 jelölést kapott, a B sorozat összesen 290-et, a C sorozat pedig összesen 230-at. Érdekes módon olyan válaszadó nem volt, aki pontosan két sorozatot nézett volna, viszont 55-en mindhárom sorozatot bejelölték.



a) A válaszolók hány százaléka nézte az A sorozatot? (2 pont)

b) Hány válaszoló nem nézte egyik sorozatot sem? (5 pont)

A második felmérés során kiválogatták azokat a kérdőíveket, amelyeken valamelyik sorozat meg volt jelölve. Ezeken a három sorozat nézettségére összesen 576 jelölés érkezett. Az adatok feldolgozói minden jelölést megszámoltak, és a végeredményről az itt látható kördiagramot készítették.

c) Számítsa ki, hogy az egyes sorozatok nézettségére hány jelölés érkezett! (5 pont)

Megoldás:

a) Az A sorozatot a válaszolók $\frac{90}{600}\cdot 100 =$ (1 pont)

15%-a nézte. (1 pont)

b) A kizárólag az egyik sorozatot nézők számát megkapjuk, ha az adott sorozatot nézők számából kivonjuk a mindhárom sorozatot nézők számát (55), (1 pont)

ezért csak az a A sorozatot 35, csak a B sorozatot 235, csak a C sorozatot 175 válaszadó nézte. (2 pont)

Így a valamelyik sorozatot nézők száma $35+235+175+55=500$, (1 pont)

ezért egyik sorozatot sem nézte $600-500=\mathbf{100}$ **fő**. (1 pont)

c) Az egyes körcikkekhez tartozó középponti szögek: (az A-val jelölt $55°$), a B-vel jelölt $135°$, a C-vel jelölt $170°$. (2 pont)

A kördiagramon $1°$-nak $\frac{576}{360}=1{,}6$ válaszadó felel meg. (1 pont)

Az A sorozatra $55\cdot 1{,}6=\mathbf{88}$

A B sorozatra $135\cdot 1{,}6=\mathbf{216}$ (2 pont)

A C sorozatra $170\cdot 1{,}6=\mathbf{272}$ jelölés érkezett.

Összesen: 12 pont

26) A biológiaérettségi egyik tesztkérdésénél a megadott öt válaszlehetőség közül a két jót kell megjelölni.

a) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy az öt lehetőség közül kettőt véletlenszerűen kiválasztva a két jó választ találjuk el! (3 pont)

Nóri, Judit és Gergő egy 58 kérdésből álló biológiateszttel mérik fel tudásukat az érettségi előtt. A kitöltés után, a helyes válaszokat megnézve az derült ki, hogy Nóri 32, Judit 38 kérdést válaszolt meg helyesen, és 21 olyan kérdés volt, amelyre mindketten jó választ adtak. Megállapították azt is, hogy 11 kérdésre mindhárman helyesen válaszoltak, és Gergő helyesen megoldott feladati közül 17-et Nóri is, 19-et Judit is jól oldott meg. Volt viszont 4 olyan kérdés, amelyet egyikük sem tudott jól megválaszolni.

b) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy egy kérdést véletlenszerűen kiválasztva, arra Gergő helyes választ adott! Válaszát három tizedesjegyre kerekítve adja meg! (8 pont)

Nóri a biológia és kémia szóbeli érettségire készül. Biológiából 28, kémiából 30 tételt kell megtanulnia. Az első napra mindkét tárgyból 3-3 tételt szeretne kiválasztani, majd a kiválasztott tételeket sorba állítani úgy, hogy a két tantárgy tételei felváltva kövessék egymást.

c) Számítsa ki, hányféleképpen állíthatja össze Nóri az első napra szóló tanulási programját! (6 pont)

<u>Megoldás</u>:

a) Az öt lehetőség közül kettőt kiválasztani $\binom{5}{2}=10$-féleképpen lehet (összes esetek száma). (2 pont)

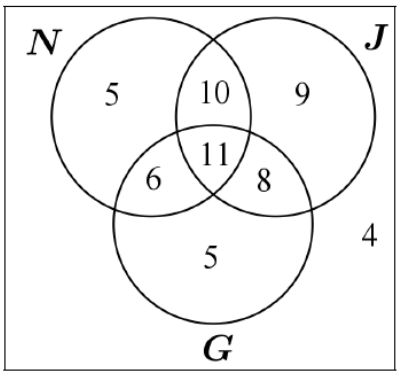
Ezek közül egy esetben kapunk jó megoldást, így a kérdéses valószínűség $\mathbf{0,1}$. (1 pont)

b) A pontosan két diák által jól megoldott feladatok száma:

Nóri-Judit: $21-11=10$,

Nóri-Gergő: $17-11=6$ (1 pont)

Judit-Gergő: $19-11=8$



A feladatok között $32-11-10-6=5$ olyan volt, amelyet csak Nóri, és $38-11-10-8=9$ olyan, amelyet csak Judit oldott meg helyesen. (1 pont)

Azon kérdések száma, amelyre a három tanuló közül legalább egyikük helyes választ adott: $58-4=54$. (1 pont)

$32+38-21=49$ olyan kérdés volt, amelyre Nóri vagy Judit helyes választ adott, (1 pont)

így $54-49=5$ olyan feladat volt, amelyet csak Gergő oldott meg helyesen. (1 pont)

A Gergő által helyesen megoldott feladatok száma: $5+6+8+11=30$. (1 pont)

Így a kérdéses valószínűség $\frac{30}{58}\approx$ (1 pont)

$\approx \mathbf{0,517}$. (1 pont)

c) A három megtanulandó biológiai tételt $\binom{28}{3}$, (1 pont)

a kémia tételeket $\binom{30}{3}$-féleképpen lehet kiválasztani. (1 pont)

A kiválasztott tételeket tárgyanként $3!(=6)$-féleképpen lehet sorba rendezni. (1 pont)

Az első tétel kétféle tárgyból választható, de a tárgyak sorrendje az első tétel kiválasztása után már adott. (1 pont)

A különböző sorrendek száma: $2 \cdot \binom{28}{3} \cdot 3! \cdot \binom{30}{3} \cdot 3!$. (1 pont)

Vagyis Nóri összesen **957640320**-féleképpen állíthatja össze a tételek sorrendjét. (1 pont)

Összesen: 17 pont